

**INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES**  
**SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA**  
**FILIALA MURES**

**OLIMPIADA DE MATEMATICA**  
**FAZA LOCALA**  
**23.01.2010**  
**Clasa a VII-a**

**Subiectul I**

- a) Să se demonstreze că  $\sqrt{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}} \notin Q$   
b) Să se calculeze numerele naturale de forma  $\overline{abc}$ , pentru care  
$$3\sqrt{\overline{a, (bc)} + \overline{b, (ca)} + \overline{c, (ab)}} = \overline{ab}$$

**Subiectul II**

În exteriorul triunghiului  $ABC$  se construiesc pătratele  $ABDE$  și  $ACFG$ . Să se arate că:

- a) înălțimea  $AA'$  din triunghiul  $AEG$  și paralele duse prin  $E$  și  $G$  respectiv la  $AC$  și  $AB$  sunt concurente  
b) punctele  $B$  și  $C$  sunt egal depărtate de  $AA'$   
c)  $AA'$  este mediană în triunghiul  $ABC$ .

**Subiectul III**

În triunghiul  $ABC$  notăm  $M, N, P$  mijloacele laturilor  $BC, AC, AB$  și  $D, E, F$  picioarele înălțimilor duse din  $A, B, C$ , respectiv cu  $H$  ortocentrul triunghiului și cu  $T$  mijlocul segmentului  $[AH]$ .

Să se demonstreze:

- a).  $PDMN$  este un trapez isoscel  
b).  $PT \perp PM$

**Subiectul IV**

Determinați numerele naturale  $x, y$  și  $z$  știind că:

$$\frac{2^{2x+y} - 11}{4^{2x} - 9} = \frac{2y + 1}{3y + 1} = \frac{z^2 + 1}{3z + 1}$$

[www.mategl.com](http://www.mategl.com)

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Probleme selectate și propuse de prof. Căpușan Cornelia, Bălint Attila Sándor, Botez Radu, Ștefan Cornel